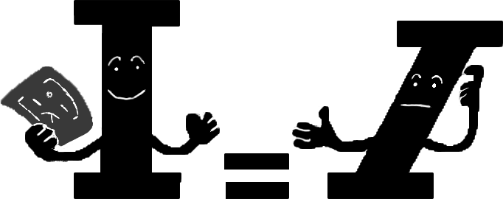
به نام خدا



تمرین اول

جبر خطی کاربردی – پاییز 1400

**توضیحات**

* پاسخ ها مرتب و خوانا باشند.
* در صورت وجود هرگونه ابهام، از طریق ایمیل [linearalgebra.fall1400@gmail.com](mailto:linearalgebra.fall1400@gmail.com) سوال خود را بپرسید.
* مهلت ارسال پاسخ ها تا ساعت **23:59 جمعه 23** مهر می‌باشد.
* پاسخ به تمرین ها باید به صورت انفرادی صورت گیرد و درصورت مشاهده هرگونه **تقلب** نمره **صفر** برای کل تمرین منظور خواهد شد
* با توجه به فشردگی برنامه تمرین ها در طول ترم، امکان تمدید تمرین وجود نخواهد داشت.
* پاسخ خود را به صورت یک فایل pdf و با فرمت HW?\_Name\_StudentNumber آپلود کنید.

(مثال: HW5\_SeyyedFarzadRadnia\_9831024).

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

1- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید و برای پاسخ خود دلیل مناسب بیاورید.

الف) هر ماتریس، تنها دارای یک فرم نردبانی منحصر به فرد می باشد.

ب) *دستگاه معادلات متناظر با ماتریس افزوده ناسازگار است.*

*ج)* معادله ی سازگار است اگر ماتریس افزودهدر هر سطر یک درایه داشته باشد.

چ) هر مجموعه شامل وکتور 0، وابسته خطی است.

د) یک معادله ی همگن همیشه سازگار است.

ذ) اگر مجموعه وابسته خطی باشد، آنگاه تبدیل یافته آن به فرم نیز وابسته خطی است.

ه) معادله ی همگن است اگر بردار ای وجود داشته باشد که .

و) معادله ی همگن است اگر بردار صفر یکی از جواب های آن باشد.

2- *مقادیر متغیر های را به گونه ای مشخص کنید که دستگاه معادلات خطی مربوط به این ماتریس افزوده():*

*الف) ناسازگار باشد.*

*ب) سازگار و دارای یک جواب منحصر به فرد باشد.*

*ج) سازگار و دارای بی نهایت جواب باشد.*

*3- ماتریس افزوده دستگاه معادلات خطی زیر را بنویسید. در ادامه آن را به فرم نردبانی کاهش یافته تبدیل کرده و سپس فرم پارامتری مجموعه جواب مربوط به این ماتریس افزوده را بنویسید.*

*4- فرض کنید یک ماتریس است و یک بردار در فضای باشد به طوری که فقط یک جواب منحصر به فرد دارد. ثابت کنید ستون های ماتریس فضای را می کنند.*

*5- فرض کنید و می باشد. نشان دهید معادله لزوماً برای همه ی های ممکن جواب ندارد و مجموعه ی هایی که معادله جواب دارد را توصیف کنید.*

*(امتیازی): نمودار تقریبی مجموعه ی های جواب دار را بکشید. (می توانید از این* [*سایت*](https://geogebra.org/3d) *نیز استفاده کنید)*

*6- مقادیر خواسته شده در هر قسمت را بدست آورید.*

*الف) به ازای کدام مقادیر ، مجموعه زیر مستقل خطی است؟*

*ب) مقادیری از را بیابید که به ازای آن مجموعه زیر مستقل خطی باشد.*

*7- مشخص کنید که مجموعه زیر مستقل خطی است یا خیر. اگر وابسته خطی است، یک وکتور را به صورت ترکیب خطی ای از وکتور های دیگر بدست آورید.*

*8-* فرض کنید یک ماتریس است و یک بردار در فضای می باشد به طوری که معادله‌ی هیچ جوابی ندارد. در اینصورت آیا برداری مانند بردار وجود دارد که معادله ی فقط یک جواب داشته باشد؟ توضیح دهید.

9- معادله را با معلومات داده شده حل کنید( ماتریس افزوده را به فرم نردبانی کاهش یافته یا همان تبدیل کنید) پاسخ بدست آمده را به فرم معرفی کنید که در آن عددی حقیقی است. صحت پاسخ خود را با محاسبه‌ی و بررسی کنید.

*با توجه به فرم نردبانی کاهش یافته ماتریس ، به سوالات زیر پاسخ دهید:*

*الف) آیا برداری مانند در وجود دارد به طوری که معادله‌ی ناسازگار باشد؟*

*ب) آیا برداری مانند در وجود دارد به طوری که معادله‌ی جوابی یکتا داشته باشد؟*

*10- یک تبدیل خطی است که به طوری که یک ماتریس است.*

*نشان دهید که اگر ماتریس استاندارد تبدیل باشد، آنگاه .*

11- دو تبدیل و را به صورت زیر تعریف کرده ایم:

مشخص کنید که آیا و و همچین ترکیب آن ها تبدیل خطی است یا خیر؟

12- فرض کنید و باشد، اثبات کنید که پوشا و یک به یک است.

موفق باشید

تیم تدریسیاری جبر خطی پاییز 1400